

L'incertitude au sens de Knight dans la théorie économique

Eric ANDRÉ

EMLYON Business School

13 Janvier 2016

Plan de la présentation

- 1 Risque et Incertitude
- 2 La théorie de l'utilité espérée
- 3 Les théories de la décision dans l'ambiguïté
- 4 Quelques résultats notables

Risque et Incertitude

L'incertitude au sens de Knight

Risque Situations où il est possible de calculer des probabilités numériques a priori, comme pour des jeux de chance, ou à partir de l'observations de fréquences.

Incertitude Situations où il n'y a pas d'information suffisante sur laquelle fonder une probabilité.

F. H. Knight

- « Risk, Uncertainty and Profit » (1921).

J. M. Keynes

- « A Treatise on Probability » (1921).

F. A. Hayek

- « The Counter-Revolution of Science » (1952).

La théorie de l'utilité espérée

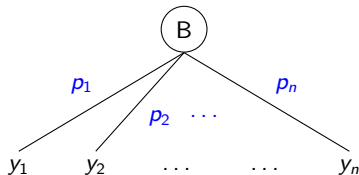
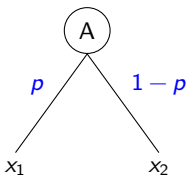
Origines

John von Neumann et Oskar Morgenstern

- « Theory of Games and Economic Behavior » (1944).
- Théorie des jeux : application du théorème du minimax aux stratégies mixtes.
- Les objets de choix sont des **loteries** avec des probabilités connues.

Le critère de décision

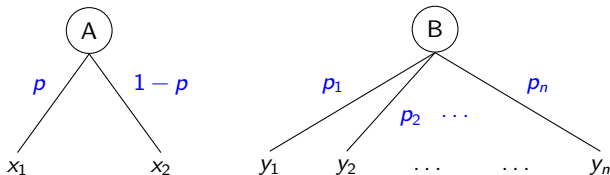
Loteries



Relation de préférence

- Le décideur préfère-t-il A à B ou B à A ?
- Ce qui s'écrit $A \succsim B$ ou $B \succsim A$?

Le critère de décision



Evaluation

$$UE(A) = p \cdot u(x_1) + (1-p) \cdot u(x_2) \quad UE(B) = p_1 \cdot u(y_1) + p_2 \cdot u(y_2) + \dots + p_n \cdot u(y_n)$$

Décision

$$A \succsim B \text{ si et seulement si } UE(A) \geq UE(B)$$

Axiomatisation

- Essentiellement due à Marshak et Rubin dès 1950, puis à Samuelson, Friedman et Savage.
- Son intérêt réside dans l'**équivalence logique** entre les axiomes et la représentation par la représentation mathématique :

La relation de préférence respecte les axiomes 1 à 4
si et seulement si
elle est représentée par le critère de l'utilité espérée.

- Lien avec la théorie des préférences révélées.

Les axiomes de l'utilité espérée

Axiomes

1 La relation de préférence est **continue**.

2 La relation de préférence est **transitive** :

Si $A \succsim B$ et $B \succsim C$ alors $A \succsim C$.

3 La relation de préférence est **complète** :

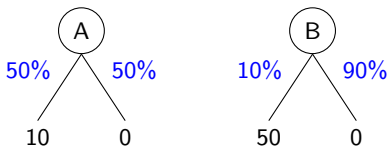
Pour tous A et B , soit $A \succsim B$, soit $B \succsim A$.

4 La relation de préférence respecte l'**axiome d'indépendance** :

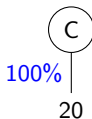
Si $A \succsim B$ alors,
pour toute loterie C et pour tout réel α dans $]0, 1[$ on a
 $\alpha A + (1 - \alpha)C \succsim \alpha B + (1 - \alpha)C$.

L'axiome d'indépendance

Si $A \succsim B$



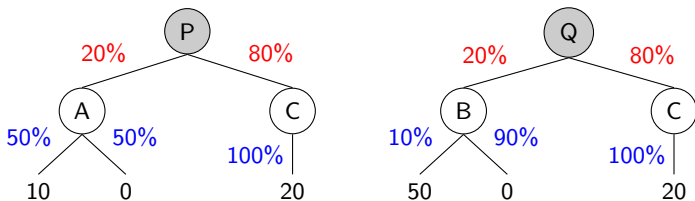
Alors pour toute loterie C et pour tout réel α dans $]0, 1[$, par exemple



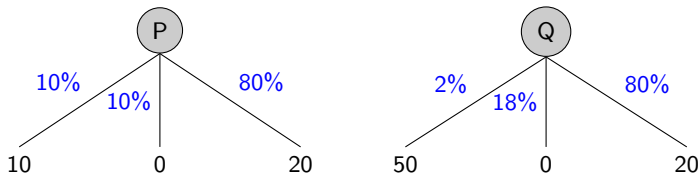
et $\alpha = 20\%$...

L'axiome d'indépendance

... on a $P \succsim Q$



c'est à dire



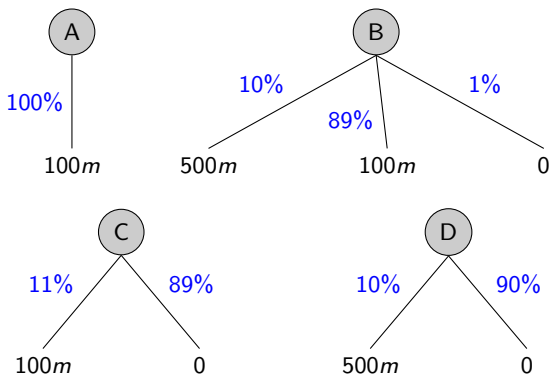
Le point de vue des probabilités subjectives

Leonard Savage

- « The Foundations of Statistics » (1954).
- Construction du critère de l'Utilité Espérée Subjective.

Le Paradoxe d'Allais

« Le Comportement de l'Homme Rationnel devant le Risque : Critique des Postulats et Axiomes de l'École Américaine » (1953).



Les urnes d'Ellsberg

« Risk, Ambiguity and the Savage Axioms » (1961).

Soit une urne qui contient 90 boules dont on sait que 30 sont de couleur rouge et que les 60 restantes sont de couleurs noire et jaune, dans des proportions inconnues.

	Rouge	Noire	Jaune
I	\$100	\$0	\$0
II	\$0	\$100	\$0
III	\$100	\$0	\$100
IV	\$0	\$100	\$100

Utilité espérée et théorie néo-classique

Robert E. Lucas

- « Understanding business cycles » (1977).

Dans les situations de risque, l'hypothèse des anticipations rationnelles de la part des agents aura une substance utilisable, si bien que le comportement pourra être expliqué dans les termes de la théorie économique. Dans ces situations, les anticipations sont rationnelles au sens donné par Muth. Dans les cas d'incertitude, le raisonnement économique ne sera d'aucune valeur.

Critique normative de l'utilité espérée

I. Gilboa

- Dans certaines situations, il est plus rationnel d'admettre que nous ne disposons pas d'une information suffisante pour pouvoir décider d'une probabilité *a priori*.
- *Economics and Philosophy*, vol. 25 (2009).

Les théories de la décision dans l'ambiguïté

Méthode

- L'utilité espérée reste un cas particulier des modèles.
- Mais prise en compte de la **non-neutralité du décideur face à l'ambiguïté**.
- Démarche axiomatique : affaiblissement de l'axiome d'indépendance ou relation de préférence incomplète.
- Chacun de ces nouveaux critères de décision étend l'utilité espérée à **certains** contextes d'incertitude, sans prétendre couvrir tous les contextes ambigus.

Les probabilités non additives ou capacité de Choquet

- Schmeidler (1989) « Subjective Probability and Expected Utility without Additivity. »
- Retour sur l'urne d'Ellsberg :

	Rouge	Noire	Jaune
I	\$100	\$0	\$0
II	\$0	\$100	\$0
III	\$100	\$0	\$100
IV	\$0	\$100	\$100

- Avec des probabilités additives on doit avoir

$$\mathbb{P}(\text{Rouge}) + \mathbb{P}(\text{Noire ou Jaune}) = 1$$

$$\mathbb{P}(\text{Noire}) + \mathbb{P}(\text{Rouge ou Jaune}) = 1$$

Les modèles avec ensemble de lois de probabilités

Préférences incomplètes

- Bewley (1986) « Knightian Decision Theory : Part I. »
- Il existe un ensemble \mathcal{C} de probabilités tel que $A \succsim B$ si et seulement si

$$\mathbf{UE}_{\mathbb{P}}(A) \geq \mathbf{UE}_{\mathbb{P}}(B), \text{ pour toutes les lois } \mathbb{P} \text{ dans } \mathcal{C}.$$

- Critère d'unanimité.

Les modèles avec ensemble de lois de probabilités

Maxmin Expected Utility

- Gilboa et Schmeidler (1989) « Maxmin Expected Utility with Non-Unique Prior. »
- Il existe un ensemble \mathcal{C} de probabilités tel que $A \succsim B$ si et seulement si

$$\min_{P \in \mathcal{C}} \mathbf{UE}_P(A) \geq \min_{Q \in \mathcal{C}} \mathbf{UE}_Q(B)$$

Les modèles avec ensemble de lois de probabilités

Préférences variationnelles

- Maccheroni, Marinacci et Rustichini (2006) « Ambiguity Aversion, Robustness, and the Variational Representation of Preferences. »
- Généralisations des préférences MEU.

Préférences robustes

- Hansen et Sargent (2001) « Robust Control and Model Uncertainty. »
- Relie l'ambiguïté à l'incertitude intrinsèque à l'estimation statistique.

Conclusion

- Pas de prétention à la généralité.
- Extensions qui peuvent sembler modestes : pas d'« incertitude radicale ».
- Mais ces modèles permettent déjà de **tester la robustesse des résultats de la théorie classique à la présence d'incertitude au sens de Knight.**

Quelques résultats notables



Applications

Epstein et Wang.

- « Intertemporal Asset Pricing under Knightian Uncertainty. » (1994)
- Les auteurs utilisent le **modèle MEU** pour introduire l'ambiguïté dans le modèle standard de valorisation d'actifs à l'équilibre de Lucas.
- **L'équilibre n'est plus unique et il est indéterminé.**

Applications

Chen and Epstein.

- « Ambiguity, Risk, and Asset Returns in Continuous Time » (2002)
- Les auteurs utilisent le **modèle MEU** pour introduire l'ambiguïté dans le modèle standard de consommation optimale avec investissement (Merton).
- Un **terme d'aversion à l'ambiguïté** vient compléter l'aversion au risque. Cela permet de proposer une possible explication au « puzzle de la prime de risque actions ».

Applications

Uppal and Wang.

- « Model Misspecification and Underdiversification. » (2003)
- Les auteurs utilisent le **modèle des préférences robustes** pour introduire l'ambiguïté dans le modèle standard de consommation optimale avec investissement (Merton).
- Leurs résultats proposent une possible explication du « puzzle de la préférence pour le pays d'origine ».

Applications

Boyle, Garlappi, Uppal et Wang.

- « Keynes Meets Markowitz : The Trade-Off Between Familiarity and Diversification. » (2012)
- Les auteurs utilisent le **modèle MEU** pour introduire l'ambiguïté dans le modèle standard de choix de portefeuille moyenne-variance (Markowitz).
- Avec un faible ambiguïté, le portefeuille est totalement diversifié (résultat standard), mais si l'ambiguïté de certains actifs augmente, il devient optimal pour l'investisseur de **concentrer son portefeuille sur les titres qui lui sont familiers** (Keynes). Dans la cas d'une forte ambiguïté, l'investisseur choisira de ne pas participer au marché.